ÉCRITURE ET LECTURE MATHÉMATIQUE EN FORMATION À DISTANCE

GHISLAINE BORDELEAU[1]

LA PROBLÉMATIQUE

En éducation, le texte est encore le média privilégié. C'est particulièrement vrai en formation à distance, tant pour la communication d'informations de la part des enseignants que pour la transmission des connaissances acquises par les étudiants. Le texte réfère donc à deux processus indissociables : l'écriture et la lecture. L'apprentissage qu'il doit générer est en effet tributaire de la lisibilité du texte et de l'habileté du lecteur.

Il arrive en effet qu'un texte soit très *lisible* c'est-à-dire très bien structuré dans sa forme et son contenu, très compréhensible pour un initié mais peu facile d'accès pour un néophyte. Le décodage des mots, l'incompréhension du sens, l'absence de liens entre les concepts et le connu sont autant d'entraves à l'apprentissage. Cette situation se rencontre entre autres chez des étudiants dont l'expérience de lecture scolaire est limitée ou encore, chez des étudiants qui doivent apprendre d'un texte au langage relativement technique.

Imaginons un étudiant moyennement scolarisé devant apprendre seul les mathématiques. Cette discipline entraîne souvent, chez les apprenants, des difficultés de compréhension reliées à la fragilité des préalables, à la structure de la logique, à l'absence ou à l'inefficacité des stratégies de résolution de problèmes, aux analogies défaillantes mais aussi, je dirais souvent, à la lecture qu'on en fait. Ces difficultés surviennent dans le cadre d'un enseignement présentiel où l'enseignant compense souvent pour les faiblesses en lecture ; il est probable qu'elles sont encore plus fréquentes en formation à distance.

Comment alors, communiquer par l'écrit des définitions formelles, des stratégies efficaces qui aident à l'apprentissage tout en préservant un langage

---

[1]Étudiante à la Télé-Université depuis 8 ans, j'ai d'abord complété des certificats en informatique et en sciences sociales. La formule d'études à distance me comblant de bonheur, il m'a semblé que le diplôme de formation à distance satisferait mon goût d'apprendre tout en m'offrant des connaissances que je pourrais investir dans mon travail d'enseignante. Je n'ai jamais été déçue ! Ce texte s'inscrit dans une démarche constructiviste dont le diplôme est un “modèle vivant”

mathématique rigoureux ? Comment favoriser la lecture d'un texte mathématique qui utilise de surcroît un symbolisme particulier dont la compréhension n'est pas toujours évidente pour les étudiants ? Comment, enfin, amener ces derniers à utiliser aisément un tel langage ?

La première partie de cette réflexion portera donc sur la double préoccupation que doit avoir le concepteur de textes lors du processus d'écriture : communiquer la mathématique dans un langage formel et supporter le lecteur dans sa démarche d'apprentissage par le texte en rendant ce langage accessible à des non-initiés.

En deuxième lieu, nous retiendrons quelques stratégies de lecture qui favorisent la compréhension. Clairement transmises par l'auteur du texte, ces stratégies deviennent efficaces si le lecteur sait les utiliser adéquatement.

Enfin, nous proposerons des exercices de *traduction* par lesquels l'étudiant pourra mettre à l'épreuve son habileté à lire et à communiquer lui-même dans un langage mathématique formel en utilisant le symbolisme approprié.

LA TÂCHE DE L'ÉCRITURE

La tâche d'écrire avec l'intention de faire apprendre est soumise à des règles particulières. Le concepteur de textes éducatifs doit non seulement présenter des contenus clairs, mais guider l'apprentissage. En cela, le texte pédagogique se distingue du livre. Sa structure doit être telle qu'il incite l'étudiant à qui il s'adresse à participer activement à son apprentissage. En formation à distance, le texte doit supporter la démarche autonome de l'apprenant.

Pour Dessaint, la qualité d'un texte se résume souvent à la facilité avec laquelle ce texte est lu ; celle-ci dépend à la fois du texte et du lecteur. Le concepteur doit donc tenir compte du niveau de développement et d'intelligence de son lecteur, de son habileté et de son entraînement à la lecture, de sa motivation et de son intérêt.[2] Cette habileté à lire un texte aussi spécialisé qu'un cours de mathématiques n'est pas, a priori, le lot de tous. Dès lors, on confond souvent inaptitude en mathématique avec inaptitude à lire un texte mathématique. Le concepteur d'un tel texte doit donc explicitement relier

[2] SAUVÉ, L. , document de référence, ÉDU 6012, Médias et FAD, M2-23

les concepts spécifiques à des connaissances acquises. Le vocabulaire doit, si possible, référer au connu ; plusieurs mots qui semblent composer un jargon hermétique ont pourtant un sens très semblable dans un contexte de vie courante. Il importe de mettre en évidence cette similitude. Ainsi, en géométrie, on parle des côtés *homologues* de deux figures ; en soulignant le sens de ce mot au quotidien, par exemple, le premier ministre et ses *homologues* provinciaux..., on aide à la compréhension.

Le concepteur doit avoir pour objectif de faire participer le lecteur, de lui poser des questions et de l'amener à se poser des questions. Cette réflexion permet de préciser le sens de sa lecture, de situer son niveau de compréhension, de développer des stratégies efficaces de lecture et de résolution de problèmes. Le texte interrogera le lecteur sur ses connaissances préalables. Il attirera l'attention sur un concept ou un mot essentiel en demandant au lecteur d'écrire sa propre définition par exemple. Ainsi, l'étudiant pourra mieux la comparer avec une définition plus formelle.

Par ailleurs, une démarche systématique d'analyse syntaxique contribue tant à la compréhension du texte que de son sens mathématique et développe une attitude propice à la traduction de symbolismes spécifiques. Citons en exemple toutes les expressions contenant le mot "*plus*" que plusieurs étudiants de niveau secondaire associent spontanément à l'opération "*addition*"; si le texte pédagogique ne suscite pas leur analyse, ils comprennent et traduisent de la même façon "trois de plus", "plus de trois", "trois fois plus", "au plus trois", "trois ou plus" ... Le langage mathématique utilise pourtant des symbolismes différents pour traduire ces différents sens : +3, >3, x3, <3, >3 ...

Le texte doit aussi définir clairement ce que sont les choses et ce qu'elles ne sont pas. Une définition formelle, toute parfaite qu'elle soit, ne suffit pas toujours à la compréhension. Bachelard écrivait dans *La formation de l'esprit scientifique* : "J'ai toujours été frappé du fait que les professeurs de sciences plus encore que les autres si c'est possible ne comprennent pas qu'on ne comprenne pas. Ils n'ont pas réfléchi au fait que l'élève arrive en classe avec des connaissances empiriques déjà constituées." [3] Le lecteur crée le sens du texte. La tâche du concepteur est alors d'appréhender les mauvaises perceptions et les fausses interprétations, d'expliquer pourquoi elles sont source d'erreurs, de corriger les modèles erronés et de réduire ainsi les obstacles à l'apprentissage. Cette démarche facilite d'autant la construction d'un système cohérent et l'établissement de liens entre les nouveaux concepts

---

[3] BERTRAND, Y., Théories contemporaines de l'éducation, p.72

et les connaissances antérieures. Le texte destiné à des étudiants à distance de niveau secondaire devrait donc offrir plusieurs formulations d'une même notion, utiliser des synonymes pour bien communiquer le vocabulaire formel et le symbolisme des définitions. On ne peut espérer que les étudiants s'expriment dans un langage formel s'il ne savent pas le sens exact de ce langage, son étendue et ses limites.

LA TÂCHE DE LA LECTURE

Si le texte est structuré de façon à guider l'apprenant dans sa démarche de compréhension, le lecteur doit maintenant participer activement à son apprentissage par la lecture. L'étudiant doit d'abord déterminer les objectifs à atteindre par sa lecture et anticiper le contenu du texte. Les recherches ont démontré que les connaissances antérieures influencent la compréhension de texte et l'acquisition de connaissances nouvelles (Holmes et Johnston).[4] Le lecteur doit référer à ses connaissances et établir des liens entre ces dernières et ce dont un nouveau texte l'informe. De plus, le lecteur qui adopte une attitude de curiosité et d'ouverture à la connaissance augmente son bagage intellectuel et contribue à ses apprentissages futurs. Savoir lire un texte mathématique formel doit donc être perçu comme un enrichissement tant au plan des connaissances spécifiques et générales que de la structure de la pensée.

L'étudiant doit aborder le formalisme mathématique comme un langage qui s'écrit et qui se dit. La lecture à haute voix donne souvent son sens au texte. L'étudiant voit et enregistre les mots ou les symboles mais il leur associe de plus un équivalent verbal. La lecture à haute voix facilite les associations de mots ou de groupes de mots et met en évidence l'intelligibilité d'une phrase.

Un tel exercice demande au lecteur d'analyser, de se poser des questions pour décoder le vocabulaire ou le symbolisme du texte. Si le texte bien structuré doit proposer diverses formulations d'une même définition, le lecteur devrait aussi développer cette habileté à exprimer dans ses mots l'essentiel d'une explication ou encore, une solution à un problème. Le relevé des idées principales, l'élaboration d'un lexique, la traduction des symboles en mots, les

---

[4] GIASSON,J. (1990), dans *La compréhension en lecture* , texte 1, p. 11-24, ÉDU 6013, bloc III, module 1.

résumés, les synthèses, les tableaux sont autant de stratégies qui permettent de consigner et d'organiser les apprentissages réalisés au cours d'une lecture. À la lecture de textes qui interrogent le lecteur, la même démarche d'analyse permet de cerner précisément les données d'un problème à résoudre, l'hypothèse d'un raisonnement à développer, la question posée.

En plus de visualiser le symbolisme mathématique, le lecteur devrait se faire des images de ce qu'il décrit. Plusieurs étudiants dissocient complètement le langage théorique des réalités concrètes de sorte que ces deux mondes leur semblent tout à fait indépendants l'un de l'autre. L'imagerie mentale, la représentation schématique, les figures illustrant des situations sont des processus constructeurs de sens qui poussent l'étudiant à dépasser le texte, à le concrétiser et l'aident à effectuer des inférences. Lire l'énoncé d'un problème à résoudre devrait provoquer la construction d'une petite histoire dont on doit élaborer l'issue.

Ces stratégies d'ordre cognitif amène le lecteur à développer des stratégies métacognitives. L'étudiant doit savoir discerner ce qu'il comprend de ce qu'il ne comprend pas. Un retour sur les objectifs d'apprentissage visés par le texte, une relecture éventuelle donnent lieu à une auto-évaluation de ses connaissances, de l'efficacité des stratégies mises en oeuvre et de sa compétence comme lecteur.

QUELQUES EXERCICES DE TRADUCTION

L'acquisition d'un langage se vérifie par sa lecture et son écoute, puis, par son expression écrite et verbale. En formation à distance, il serait intéressant d'intégrer au cours une conversation mathématique avec un tuteur ou d'autres étudiants. Cette expérience permettrait à l'étudiant de vérifier ses acquis et de les transférer dans une situation nouvelle, de juger de sa compréhension et de s'exprimer oralement en langage mathématique.

Les exercices de *traduction* présentés dans cette dernière partie sont une autre forme d'expression mathématique**.** Ils correspondent aux trois niveaux de compétence langagière associés aux catégories d'informations retenues par le modèle de Lebrun. D'après ce modèle, le texte fournit des informations linguistiques, des informations textuelles et des informations discursives.[5]

---

[5] TARDIF,J. (1994), dans *L'évaluation du savoir-lire : une question de compétence plutôt que de performance,* texte III, p. 23-24, ÉDU 6013, bloc III, module 1.

L'information linguistique se situe essentiellement au niveau des codes et des règles de la langue. L'étudiant doit pouvoir communiquer les symboles, la ponctuation, les liens entre les mots. L'exercice suivant demande de traduire deux phrases mathématiques : du symbolisme au texte et du texte au symbolisme. La première traduction en est presqu'une de mot à mot et n'exige qu'une bonne reformulation en français. La deuxième requiert une analyse syntaxique simple.

<u>Traduire</u> : $\{ (x, y) \text{ e } R \text{ x } R : y = x^2 + 3x - 2 \}$

Une première lecture à vue donne : l'ensemble des couples “x, y” éléments de R par R, tels que “y” égale à “x” à la 2, plus trois “x”, moins deux.

Un texte intermédiaire pourrait dire : l'ensemble de couples “x, y” éléments des réels, tels que “y” est égal à “x” au carré, plus trois fois “x”, moins deux.

Le texte bien formulé devrait faire comprendre qu'on a symbolisé “un ensemble de couples formés de nombres réels et qui sont tels que l'élément “y” du couple est égal à la somme du carré de “x” et du triple de ce nombre diminuée de 2”.

<u>Traduire</u> : La somme des carrés de deux nombres vaut 20.

Après avoir noté que les deux nombres dont on parle seront représentés par deux symboles “x” et “y”, il faut associer les groupes de mots prioritaires, comprendre que le verbe “vaut” est synonyme de “égale” pour traduire par: $x^2 + y^2 = 20$

L'information textuelle est fournie par les marqueurs de relation, les liens entre les phrases et les paragraphes. Les textes mathématiques purement symboliques sont rarement constitués de plusieurs phrases, mais le lien doit s'établir entre la langue habituelle et la langue symbolique. Si le décodage des symboles est parfois relativement facile, l'expression textuelle dépend largement de l'aptitude du lecteur à écrire correctement. Par ailleurs, la traduction d'un texte exige parfois un travail plus global. En logique particulièrement, une analyse sémantique doit précéder la traduction en langage symbolique.

Traduire : Si certains humains ne sont pas des hommes, alors ils sont des femmes.

Cette phrase est une proposition composée ; en logique, c'est une conditionnelle. On peut facilement expliquer cette appellation par la structure de la phrase : si ... (condition), alors ... (conséquence) et on traduira une conditionnelle par le symbole --->. D'une part, on note la condition ; d'autre part, on note la conséquence.

Dans une première étape, on obtient donc : certains humains ne sont pas des hommes ---> ils sont des femmes

Analysons maintenant chaque proposition. La première est une négation (b |) incluant un quantificateur "certains" qu'on doit décoder comme un synonyme de "il existe au moins un ..." symbolisé par m . Ici, l'analyse sémantique s'impose et l'étudiant témoigne de sa compréhension par une première transcription pré-symbolique, ce qui facilite une traduction exacte : il existe au moins un élément "x" appartenant à l'ensemble des humains "H" tel que ce "x" n'est pas un homme qui se symbolise par : m x e H : b | h(x)

La deuxième proposition simple se traduit : f(x)

et la conditionnelle serait : (m x e H : b | h(x)) ---> f(x)

L'information discursive concerne la situation de communication, le lien entre le texte et le contexte. Une situation de problème demande à l'étudiant de comprendre le texte puis de le mathématiser. Le problème suivant suppose que l'étudiant en fasse une lecture adéquate, comprenne ce qu'il y est décrit, s'en fasse une image, l'analyse et le transfère en code (ici, en équations), avant de le résoudre en faisant appel à des connaissances purement mathématiques.

Problème : Il y a quatre ans, Nicole avait 10 fois l'âge de sa fille Sophie. Dans deux ans, elle n'aura plus que quatre fois l'âge de sa fille. Quel est l'âge de chacune actuellement ?

Posons que les âges actuels seront représentés par "n", l'âge de Nicole, et "s", l'âge de Sophie. L'histoire nous fournit deux informations : ce qui se passait il y a 4 ans et ce qui se passera dans 2 ans. Il faut s'imaginer soi-même, il y a 4 ans, pour décoder que les âges, à cette époque étaient respectivement "n - 4" et "s - 4".

De plus, une analyse sémantique et une pré-transcription font comprendre que le texte signifie que, il y a 4 ans, l'âge de Nicole (n - 4) était égal (synonyme de .. avait..) à 10 fois l'âge de Sophie (s - 4), d'où l'équation: $n - 4 = 10 (s - 4)$

En général, après un tel exercice, la traduction de la deuxième information va de soi.

CONCLUSION

L'enseignement des mathématiques n'intègre pas toujours d'une façon systématique de tels exercices. On s'insurge parfois que les étudiants ne savent pas lire, on suppose souvent qu'ils donnent à notre lecture le même sens que nous, enseignants, et qu'ils associent d'office notre langage verbal ou écrit au symbolisme, on réclame la pratique d'une lecture *intelligente* , mais on prend rarement le temps de leur apprendre à lire. Cette démarche d'analyse, si elle semble fastidieuse parfois, est pourtant indispensable à une réelle compréhension et par là, à une meilleure communication de ses apprentissages.

Lire les mathématiques, c'est avant tout lire un texte. Une vaste gamme de stratégies de lecture enrichit la méthodologie de travail intellectuel tout en contribuant à la compréhension et à l'exactitude de l'expression formelle.

Bibliographie

BERTRAND Y. (1990), Théories contemporaines de l'éducation, Les éditions Agence d'ARC inc., Montréal.

DESCHENES A.-J. (1991), La lecture : une activité stratégique dans *La lecture , actes 1* , Nathan, p.29-49 : de ÉDU 6013, Support à l'apprentissage, bloc III, module 1, texte II.

GIASSON J. (1990), Un modèle de compréhension en lecture dans *La compréhension en lecture* , Éditions Gaëtan Morin, p.3-24 : de ÉDU 6013, Support à l'apprentissage, bloc III, module 1, texte I.

SAUVÉ L. (1995), Médias et formation à distance, document de référence, module 2, cours ÉDU 6012, Télé-université.

TARDIF J. (1994), L'évaluation du savoir-lire : une question de compétence plutôt que de performance dans *Évaluer le savoir-lire* , Éditions Logiques, p.69-102 : de ÉDU 6013, Support à l'apprentissage, bloc III, module 1, texte III.